

BITKOİNİN ƏNƏNƏVİ PORTFELLƏRƏ DİNAMİK İNTEQRASIYASI: RİSK MƏHDUDİYYƏTLƏRİ ALTINDA WALK-FORWARD OPTİMALLAŞDIRMA YANAŞMASI

Daxil olub: 6 sentyabr 2026-cı il
Qəbul olunub: 30 sentyabr 2026-cı il

Received: 6 September 2026
Accepted: 30 September 2026

Sənan Cümşüdlü¹, Bayraməli Qurbanov²

¹ i.ü.f.d., İstanbul Universiteti;

² i.e.n., dosent, UNEC;

¹ sanan.jumshudlu@ogr.iu.edu.tr

² bayramali_gurbanov@unec.edu.az

¹ <https://orcid.org/0000-0002-7379-2964>

² <https://orcid.org/0000-0001-5765-6690>

DOI: <https://doi.org/10.30546/UNECSR.2026.03.519>

Xülasə

Bu tədqiqatda həddindən artıq volatillik və asimmetrik gəlirlilik paylanması nümayiş etdirən bitkoinin ənənəvi investisiya portfellerinə inteqrasiyası dinamik perspektivdən araşdırılır. 2016–2026-cı illəri əhatə edən gündəlik verilənlər əsasında qurulmuş ənənəvi etalon (benchmark) portfel üzərində walk-forward alqoritmi ilə seçmədən-kənar (out-of-sample) testlər aparılmışdır. Kriptovalyutaların qalınquyuqlu (fat-tailed) strukturunu modelləşdirmək məqsədilə ənənəvi orta–dispersiya (Markowitz) modeli ilə şərti riskə məruz dəyər (CVaR) optimallaşdırması müqayisəli şəkildə təhlil edilmiş, makroiqtisadi rejim dəyişikliklərini əks etdirmək üçün isə modelə dinamik risksiz faiz dərəcəsi (T-Bill) daxil edilmişdir. Empirik nəticələr göstərir ki, məhdudiyyətsiz optimallaşdırma modelləri Şarp əmsalını artırırsa da, portfeli “künc həllərinə” (corner solutions) yönəldərək 37%-i aşan qəbuledilməz maksimum düşüş (drawdown) riski yaradır. Bitcoin çəkisinin rəşional risk idarəetməsi prinsiplərinə uyğun olaraq 5% və 10% ilə məhdudlaşdırıldığı ssenarilərdə isə hər iki model oxşar performans göstərərək maksimum düşüş riskini etalon səviyyəyə yaxın saxlamış və Şarp əmsalını nəzərəcərpacaq dərəcədə yüksəltmişdir. Bu, portfel dayanıqlılığını təmin edən əsas amilin seçilmiş riyazi model deyil, intizamlı məhdudiyyət mexanizmlərinin özü olduğunu ortaya qoyur. Nəticələr dinamik şəkildə məhdudlaşdırılmış aşağı paylı kriptoaktiv bölgüsünün portfelin risk izolyasiyasını əhəmiyyətli dərəcədə zədələmədən asimmetrik gəlirlilik potensialından təhlükəsiz faydalanmaq istəyən investorlar üçün optimal cərcivə təqdim etdiyini göstərir.

Açar sözlər: portfelin optimallaşdırılması, bitcoin, Markowitz, CvaR, risk məhdudiyyətləri.

JEL Classification: G11; G17; C58; C61

DYNAMIC INTEGRATION OF BITCOIN INTO TRADITIONAL PORTFOLIOS: A WALK-FORWARD OPTIMIZATION APPROACH UNDER RISK CONSTRAINTS

Sanan Jumshudlu¹, Bayramali Gurbanov²

¹ *PhD, Istanbul University*

² *PhD, Assoc. Professor, UNEC*

Abstract

This study examines the integration of Bitcoin—an asset characterized by extreme volatility and an asymmetric return distribution—into traditional investment portfolios from a dynamic perspective. Utilizing daily data spanning the 2016–2026 period, out-of-sample tests were conducted on a traditional benchmark portfolio through a dynamic walk-forward algorithm. To capture the fat-tailed nature of cryptocurrencies, a comparative analysis was performed between the traditional Mean-Variance (Markowitz) model and Conditional Value-at-Risk (CVaR) optimization, while a dynamic risk-free rate (T-Bill) was integrated into the model to reflect macroeconomic regime shifts. Empirical findings indicate that while unconstrained optimization models enhance the Sharpe ratio, they simultaneously drive the portfolio toward corner solutions, thereby generating unacceptable maximum drawdown risks exceeding 37%. Conversely, in scenarios where the Bitcoin weight is constrained to 5% and 10% in line with rational risk management principles, both models demonstrate similar performance, maintaining maximum drawdown close to benchmark levels while substantially increasing the Sharpe ratio. This reveals that the primary mechanism ensuring portfolio resilience is not the chosen mathematical model, but rather the disciplined constraint mechanisms themselves. Ultimately, a dynamically constrained, low-weight crypto-asset allocation offers an optimal framework for investors seeking to safely capitalize on asymmetric return potentials without materially compromising the portfolio's risk isolation.

Keywords: *portfolio optimization, bitcoin, Markowitz, CvaR, risk constraints.*

ДИНАМИЧЕСКАЯ ИНТЕГРАЦИЯ БИТКОИНА В ТРАДИЦИОННЫЕ ПОРТФЕЛИ: ПОДХОД НА ОСНОВЕ WALK-FORWARD ОПТИМИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕНИЙ НА РИСК

Санан Джумишудлу¹, Байрамали Гурбанов²

¹ *д.ф.э., Стамбульский университет*

² *к.э.н., доцент, UNEC*

Резюме

В данном исследовании интеграция биткоина — актива, характеризующегося чрезвычайной волатильностью и асимметричным распределением доходности, — в традиционные инвестиционные портфели рассматривается с динамической точки зрения. На основе ежедневных данных за период 2016–2026 гг. на традиционном эталонном (benchmark) портфеле были проведены вневыборочные (out-of-sample) тесты с использованием алгоритма Walk-Forward. Для моделирования «тяжёлых хвостов» (fat tails) криптовалют сравнительно проанализированы классическая модель «среднее–дисперсия» (Markowitz) и оптимизация условной стоимости под риском (CVaR), а для отражения смены макроэкономических режимов в модель включена динамическая безрисковая ставка (T-Bill). Эмпирические результаты показывают, что модели без ограничений повышают коэффициент Шарпа, однако смещают портфель к «угловым решениям» (corner solutions), создавая неприемлемый риск максимальной просадки (drawdown), превышающий 37%. Напротив, при ограничении доли биткоина на уровне 5% и 10% обе модели демонстрируют схожие результаты, удерживая просадку вблизи эталонного уровня и заметно повышая коэффициент Шарпа. Это показывает, что устойчивость портфеля обеспечивается не выбранной математической моделью, а самим механизмом дисциплинированных ограничений. В конечном счёте динамически ограниченное низкодолговое распределение криптоактивов предлагает оптимальную структуру для инвесторов, стремящихся безопасно использовать потенциал асимметричной доходности, существенно не нарушая изоляцию портфеля от рисков.

Ключевые слова: оптимизация портфеля, биткоин, Марковиц, CvaR, ограничения на риск.

Giriş

Son on ildə maliyyənin rəqəmsallaşması ilə birlikdə kriptovalyutalar ənənəvi aktiv siniflərinə alternativ axtaran investorlar üçün ən çox müzakirə olunan tədqiqat sahələrindən birinə çevrilmişdir. COVID-19 pandemiyasından sonra tətbiq edilən genişmiqyaslı monetar genişlənmə siyasətləri və ardınca gələn aqressiv faiz artımı dövrləri ənənəvi diversifikasiya strategiyalarının eynivaxtlı çöküş risklərinə qarşı müdafiəsiz qala biləcəyini göstərmişdir. Bu şəraitdə bitkoin həm ənənəvi bazarlardan asılı olmayaraq hərəkət etmək potensialına, həm də asimmetrik gəlirlilik strukturuna görə portfel idarəçiliyində diqqət mərkəzinə çevrilmişdir.

Erkən dövr ədəbiyyat kriptovalyutaların əsas maliyyə aktivləri ilə aşağı korrelyasiyaya malik olduğunu və bunun nadir diversifikasiya imkanları yaratdığını ortaya qoyur. Lakin həddindən artıq volatillik və gəlirliliklərin normal paylanmadan kənarlaşması (qalın quyruq problemi) portfel menecerlərini metodoloji dilemma qarşısında qoyur: statik (ex-post) optimallaşdırmalar və standart orta–dispersiya yanaşması asimmetrik şokların qiymətləndirilməsində qeyri-kafi qalır. Digər tərəfdən, modeldən asılı olmayaraq, rəşional məhdudiyyətlərdən məhrum optimallaşdırma çərçivələri alqoritmi “künc həllərinə” (corner solutions) yönəldərək praktikada investisiya üçün yararsız (uninvestable) çəkilər verir.

Bu tədqiqatın əsas məqsədi həddindən artıq volatilliyə malik bitkoinin standart portfelə (səhm, istiqraz, qızıl və daşınmaz əmlak) integrasiyasını statik fərziyyələrdən azad edərək reallığa ən yaxın dinamik bazar şəraitində sınaqdan keçirməkdir. Bu məqsəd çərçivəsində tədqiqat mövcud ədəbiyyata üç əsas metodoloji töhfə verməyi hədəfləyir. Birincisi, “gələcəyi görmə qərəzini” (look-ahead bias) aradan qaldıran dinamik Walk-Forward alqoritmindən istifadə edilməklə modellərin seçmədənkənar (out-of-sample) performansını test edilmişdir. İkincisi, inflyasiya dövrlərinin investor üzərində yaratdığı alternativ xərcləri düzgün qiymətləndirmək üçün ABŞ-nin uçaylıq xəzinə veksəlləri üzrə gəlirlilik “dinamik risksiz faiz dərəcəsi” kimi tənliklərə daxil edilmişdir. Üçüncüsü və ən əsası, kripto bazarlarının asimmetrik şoklarını daha yaxşı idarə etmək üçün ənənəvi Markowitz modeli ilə şərti riskə məruz dəyər (CVaR) optimallaşdırması 25%, 10% və 5% kimi müxtəlif rəşional risk məhdudiyyətləri (risk constraints) altında müqayisəli şəkildə təhlil edilmişdir.

Tədqiqatın sonrakı bölmələri aşağıdakı kimi qurulmuşdur: ikinci bölmə ədəbiyyat icmalını, üçüncü bölmə verilənlər toplusunu və ilkin təhlilləri, dördüncü bölmə metodologiyani, beşinci bölmə isə empirik nəticələri təqdim edir. Altıncı bölmədə tapıntılar mövcud ədəbiyyat kontekstində müzakirə edilir, yeddinci bölmədə yekun qiymətləndirmə verilir.

2. Ədəbiyyat icmalı

Kriptovalyutaların maliyyə ekosisteminə integrasiyası akademik ədəbiyyatda geniş nəzəri baza formalaşdırmışdır. Bitkoinin mərkəzləşdirilməmiş, bərabərhüquqlu iştirakçılararası (peer-to-peer) protokol kimi meydana çıxması (Nakamoto, 2008) ilə başlayan bu prosesdə diqqət mərkəzi getdikcə kriptovalyutaların diversifikasiya potensialına yönəlmişdir. Erkən dövr tədqiqatlar əhatə etmə (spanning) testlərindən istifadə edərək portfelə az miqdarda bitkoin əlavə edilməsinin belə risk–gəlirlilik mübadiləsini əhəmiyyətli dərəcədə yaxşılaşdırdığını sübut etmiş (Briere et al., 2015),

yüksək volatilliyə baxmayaraq təmin edilən anormal gəlirliliyin bu riski kompensasiya etdiyini göstərmişdir (Wu və Pandey, 2014; Gangwal, 2016). Daha geniş aktiv çoxluqları üzərində aparılan işlər portfelə kriptovalyuta əlavə edilməsinin səmərəli sərhədi (efficient frontier) genişləndirdiyini (Lee et al., 2018), kripto bazarlarının səhm və istiqraz bazarlarından ayrı hərəkət etməsinin (bazar segmentasiyası) isə riskdən qaçan investorlar üçün fayda yaratdığını göstərmişdir (Anyfantaki et al., 2018).

Kriptovalyutaların ənənəvi bazarlarla əlaqəliliyini araşdıran tədqiqatlar bu aktivlərin izolyasiya potensialını daha ətraflı üzə çıxarmışdır. Zaman və tezlik oblastlarında aparılan yayılma (spillover) təhlilləri kriptovalyutaların xarici maliyyə şoklarından nisbətən təcrid olunduğunu (Corbet et al., 2018), VAR əsaslı dispersiya dekompozisiyaları isə ənənəvi aktivlərdən bitkoinə əhəmiyyətli şok ötürülmədiyini göstərmişdir (Bhanja et al., 2023; Nadeem et al., 2024). Dinamik şərti korrelyasiyaların bazar enişlərində azalması kriptovalyutaların istiqrazlara və sənaye portfellerinə qarşı hecinq mexanizmi formalaşdırma bilməsinə imkan verir (Akhtaruzzaman et al., 2020); bitkoin bazarında açılan qısa mövqelərin digər maliyyə aktivlərinə qarşı hecinqi mümkün etdiyi də ortaya qoyulmuşdur (Guesmi et al., 2019).

Bitkoinin “təhlükəsiz sığınacaq” olub-olmaması ədəbiyyatda mübahisəli xətt təşkil edir. Bir qrup tədqiqat bitkoini hecinq aləti kimi təsnifləşdirir (Wong et al., 2018) və onun kriptovalyutalar arasında ən aşağı riskə məruz dəyərə (VaR) malik olduğunu qeyd edərək portfeldə qızılla birlikdə saxlanılmasını müdafiə edir (Som və Kayal, 2022). Bunun əksinə, digər işlər bitkoinin qızıldan fərqli olaraq bazar sarsıntılarında keyfiyyətə qaçış (flight-to-quality) xüsusiyyəti göstərmədiyini (Klein et al., 2018), həddindən artıq məruz qalmanın isə portfelin şərti riskə məruz dəyərini (CVaR) təhlükəli həddə artırdığını müəyyən etmişdir (Bakry et al., 2021). Bu mənzərə bitkoinin gəlirlilik asimetriyası təklif edən, lakin böhran dövrlərində qoruyucu olmayan aktiv olduğunu, ona görə də portfelə daxil edilməsinin mütləq məhdudiyyətlər çərçivəsində idarə olunmalı olduğunu göstərir.

Kriptovalyutaların qalınquyuqlu (fat-tailed) paylanmaları klassik orta–dispersiya çərçivəsindən (Markowitz, 1952) daha inkişaf etmiş optimallaşdırma texnikalarını zəruri etmişdir. Şərti riskə məruz dəyər (CVaR) yanaşması (Rockafellar və Uryasev, 2000) bu tələbatı ödəmək üçün kripto portfel ədəbiyyatında yayılmışdır. CVaR çərçivəsində portfeldəki bitkoin çəkirlərinin 1,65% ilə 7,69% arasında dəyişdiyi və bu aşağı, sabit nisbətə institusional tətbiq imkanlarını artırdığı göstərilmişdir (Eisl et al., 2015). Orta–CVaR yanaşması ilə aparılan təhlillərdə bitkoinin portfel performansını artırdığı, lakin bu yaxşılaşmanın volatilliyin azalmasından deyil, gəlirliliyin artmasından qaynaqlandığı vurğulanmış (Kajtazi və Moro, 2019),

GARCH-Copula modellərinin Markowitz çərçivəsi ilə birləşdirilməsi isə ex-ante perspektivdən daha sabit performans vermişdir (Jeleskovic et al., 2024).

Optimallaşdırma modellərinin seçmədənənar (out-of-sample) performansını ədəbiyyatda getdikcə önə çıxır. Sürüşən pəncərə yanaşması ilə test edilən səkkiz aktiv bölgüsü strategiyasında bitkoinin Şarp və Omega əmsallarını yaxşılaşdırdığı, Sortino əmsallarına isə 100%-dən çox töhfə verdiyi göstərilmişdir (Platanakis və Urquhart, 2020). 2018–2024-cü illəri əhatə edən həftəlik verilənlərlə kriptovalyuta daxil olan portfellerin dövrlərin 70%-ində daha yüksək Şarp əmsalı verdiyi, 40% çəki məhdudiyyəti tətbiq edildikdə isə portfelin enişlərini (drawdowns) daha yaxşı balanslaşdırdığı bildirilmişdir (Boido və Aliano, 2025). Kiçik nisbətli (1%, 3%, 5%) kripto əlavələrinin portfelin dövriyyə sürətini optimallaşdırdığı və əməliyyat xərclərini azaltdığı (Kim et al., 2024), likvidliklə məhdudlaşdırılmış optimallaşdırmanın isə yalnız yuxarı hədd məhdudiyyətləri altında davamlı risk–gəlirlilik mübadiləsi təmin etdiyi müəyyən edilmişdir (Trimborn et al., 2020).

Regional bazarlar üzrə tədqiqatlar da diversifikasiya potensialını təsdiqləyir: kriptovalyutalar Cənubi Afrika (Letho et al., 2022), Yaxın Şərq (Kumaran, 2022) və İndoneziya (Nia et al., 2025) bazarlarında riskə görə düzəldilmiş gəlirliliyi yaxşılaşdırmış və makroiqtisadi faiz ilə inflyasiya şoklarına qarşı portfel sığortası funksiyasını yerinə yetirmişdir. Türkiyə üzrə aparılan işlər bitkoin, efirium və ripplin aktivlərarası korrelyasiyanı azaltdığını (Gül, 2020), kripto-aktivlərin əmtəə portfelleri ilə aşağı korrelyasiya nümayiş etdirərək hecinq xüsusiyyəti təmin etdiyini göstərmişdir (Çetin et al., 2025). Bir neçə kriptovalyutanın portfelə əlavə edilməsinin gəlirliliyi 80%-ə qədər artırarkən riski 20% azalda bildiyi bildirilmiş, kripto portfelinin diversifikasiya riski əsas Avropa səhm indekslərindən 9 ilə 76 dəfə arasında yüksək hesablanmışdır (Ma et al., 2020; Aliu et al., 2021).

Ədəbiyyat bəzi kritik xəbərdarlıqları da nəzərdən qaçırmır. Kripto-aktivlərin təmin etdiyi iqtisadi qazancların böyük ölçüdə qabarcıq (bubble) dövrlərinə əsaslandığı və sakit dövrlərdə diversifikasiya faydasının əhəmiyyətli dərəcədə azaldığı xatırladılır (Symitsi və Chalvatzis, 2019). ARDL-GARCH modelləşdirməsi isə bitkoin və MSCI Dünya İndeksinin qısamüddətli ayrılmalara baxmayaraq uzunmüddətli perspektivdə kointeqrasiyalı olduğunu sübut edir (Marti və Reimat, 2025); bu, kriptovalyutaların təmin etdiyi izolyasiyanın qısa və ortamüddətli hadisə ola biləcəyinə işarə edir.

Ədəbiyyat bütövlükdə qiymətləndirildikdə mövcud tədqiqatın üç kritik metodoloji boşluğu doldurduğu görünür. Birincisi, ədəbiyyatda 2016–2026 kimi uzun və

müxtəlif makroiqtisadi rejimləri (sıfır faiz siyasətindən aqressiv faiz artımı dövrünə keçidi) əhatə edən dinamik walk-forward təhlilləri son dərəcə məhduddur. İkincisi, risksiz faiz dərəcəsinin sabit qəbul edilməsi əvəzinə T-Bill əsaslı dinamik izafi gəlirlilik ölçümünü modelə daxil edən tədqiqatların sayı olduqca azdır. Üçüncüsü, 5%, 10% və 25% kimi müxtəlif risk tolerantlıqlarını əks etdirən rəasional çəki hədləri altında Markowitz və CVaR modellərini seçmədənəənar müqayisə edən tədqiqatlar da ədəbiyyatda məhdud qalır. Bu tədqiqat həmin metodoloji töhfələri bir arada təqdim etməklə həm akademik ədəbiyyata, həm də rəasional aktiv bölgüsü (asset allocation) strategiyalarına töhfə verməyi hədəfləyir.

3. Verilənlər toplusu və ilkin təhlillər

3.1. Verilənlər toplusunun əhatəsi və aktivlərin seçimi

Tədqiqatda 1 yanvar 2016-cı il – 31 mart 2026-cı il tarixləri arasındakı gündəlik maliyyə verilənlərindən istifadə edilmişdir. Bu dövr COVID-19 pandemiyasının yaratdığı likvidlik böhranını, ondan sonrakı monetar genişlənməni və ardınca gələn aqressiv faiz artımı dövrlərini əhatə etdiyi üçün seçilmiş, beləliklə modellərin ekstremal bazar şoklarına və müxtəlif makroiqtisadi rejimlərə qarşı dayanıqlılığı (robustness) obyektiv zəmində sınaqdan keçirilmişdir.

Təhlilin əsas istinad nöqtəsini (benchmark) formalaşdırmaq üçün institusional investorların əənəvi aktiv bölgüsü strategiyalarını təmsil edən, yüksək likvidliyə malik birja investisiya fondlarından (ETF) istifadə edilmişdir. Etalon portfel S&P 500 ETF-i (SPY) üçün 50%, ABŞ Ümumi İstiqraz Bazarı ETF-i (AGG) üçün 30%, Qızıl ETF-i (GLD) üçün 10% və Daşınmaz Əmlak İnvestisiya Trestı ETF-i (VNQ) üçün 10% çəki ilə qurulmuş, beləliklə həm artım, həm də kapitalın qorunması hədəflərini birləşdirən balanslaşdırılmış strategiya əks etdirilmişdir.

Kriptoaktiv sinfini təmsil etmək üçün bazar payı və institusional qəbul səviyyəsi ən yüksək olan bitkoin (BTC) modelə xarici aktiv kimi daxil edilmişdir. Riskə görə düzəldilmiş performans göstəricilərini (Şarp və STARR əmsalları) dəqiq hesablamaq üçün ABŞ-ın üçaylıq xəzinə veksəlləri (US 3-Month T-Bill) üzrə gəlirlilik “dinamik risksiz faiz dərəcəsi” kimi təhlilə daxil edilmişdir. Sabit kəmiyyət əvəzinə gündəlik miqyaslandırılmış dinamik dəyişən kimi istifadəsi araşdırılan dövrdə sıfır faiz siyasətindən (ZIRP) yüksək faiz rejiminə keçidin yaratdığı alternativ xərcləri modelə əks etdirir. Bütün verilənlər Yahoo Finance verilənlər bazasından əldə edilmişdir.

3.2. Təsviri statistika və normallıq testi

Tədqiqatda istifadə olunan aktivlərə və qurulmuş kriptosuz etalon (benchmark) portfelə aid təsviri statistika göstəriciləri Cədvəl 1-də ümumiləşdirilmişdir.

Cədvəl 1. Gündəlik loqarifmik gəlirliliklərin təsviri statistikas (2016–2026)

Göstərici	SPY	AGG	GLD	VNQ	BENCHMARK	BTC
İllik gəlirlilik (%)	13,1408	1,9207	14,0078	5,1548	9,0629	49,5359
İllik volatillik (%)	17,9681	5,3554	16,0096	20,8733	11,2688	66,8958
Asimmetriya (skewness)	-0,5927	-1,1569	-0,6792	-1,5461	-0,8198	-0,5661
Eksses (kurtosis)	15,0365	19,9148	8,6651	25,9787	19,1076	9,7714
JB statistikası	24399,53	43109,30	8250,57	73408,03	39445,12	10377,69
JB p-dəyəri	< 0,001	< 0,001	< 0,001	< 0,001	< 0,001	< 0,001

Mənbə: Yahoo Finance verilənləri əsasında müəlliflər tərəfindən hesablanmışdır.

Cədvəl 1-ə görə səhmlər (SPY) illik 13,14% gəlirliliklə artım mühərriki, istiqrazlar (AGG) isə 5,36% volatilliklə balanslaşdırıcı rol oynayır. Bitkoin (BTC) 49,54% illik gəlirlilik təqdim etməklə yanaşı 66,89% volatillik daşıyaraq yüksək risk – yüksək gəlirlilik mübadiləsini ən uc nöqtədə təmsil edir. Etalon portfelin illik gəlirliliyi 9,06%, volatilliyi isə 11,27% hesablanmış və ənənəvi diversifikasiyanın risk azaldıcı təsiri təsdiqlənmişdir.

Verilənlərin paylanma xüsusiyyətləri maliyyə ədəbiyyatı ilə tam uyğun gələn asimmetriya nümayiş etdirir. Bütün aktivlərin asimmetriya (skewness) dəyərləri mənfidir; bu, mənfi şokların müsbət günlərə nisbətən daha kəskin baş verdiyini, yəni paylanmanın sol quyruğunun uzun olduğunu göstərir. Eksses (kurtosis) dəyərlərinin normal paylanma fərziyyəsi olan 3 həddindən xeyli yüksək (8,67 ilə 25,98 arasında) olması sıraların qalınquyruqlu (fat-tailed) struktura malik olduğunu sübut edir. Jarque-Bera normallıq testi (Jarque və Bera, 1980) bunu təsdiqləyir: bütün sıralar üçün p-dəyərləri 0,001-dən aşağıdır və normal paylanma hipotezi 99% etibarlılıq səviyyəsində rədd edilir. Normallıqdan bu qədər kəskin kənarlaşma ənənəvi orta–dispersiya optimallaşdırmasının quyruq risklərini əskik qiymətləndirəcəyi arqumentini dəstəkləyir və CVaR metodologiyasının tətbiqi üçün əsas verir.

3.3. Zaman sıralarının stasionarlıq təhlili

Zaman sıralarının stasionar olmaması saxta reqressiya (spurious regression) və səhv çəki bölgüsü problemlərinə yol açır. Bu səbəbdən loqarifmik gəlirlilik sıralarının stasionarlığı genişləndirilmiş Dickey-Fuller (ADF) testi ilə yoxlanılmış (Dickey və Fuller, 1979) və nəticələr Cədvəl 2-də verilmişdir.

Cədvəl 2. Genişləndirilmiş Dickey-Fuller (ADF) stasionarlıq testinin nəticələri

Aktiv	ADF test statistikas	p-dəyəri
SPY	-16,4031	< 0,001
AGG	-11,4532	< 0,001
GLD	-36,8885	< 0,001
VNQ	-14,4181	< 0,001
BENCHMARK	-16,3783	< 0,001
BTC	-27,7632	< 0,001

Mənbə: Müəlliflər tərəfindən hesablanmışdır.

Cədvəl 2-yə görə bütün gəlirlilik sıraları və etalon portfel üçün ADF test statistikaları 1% əhəmiyyətlik səviyyəsindəki kritik dəyərdən (-3,4329) mütləq qiymətcə böyükdür və p-dəyərləri 0,001-dən aşağıdır; sıralar vahid kök daşımır. Stasionarlıq saxta korrelyasiya riskini məhdudlaşdıraraq Walk-Forward simulyasiyasında istifadə olunacaq optimallaşdırma girişlərinin statistik baxımdan uyğun olduğunu göstərir.

3.4. Korrelyasiya matrisi və diversifikasiya potensialı

Müasir portfel nəzəriyyəsinə görə portfelə əlavə ediləcək aktiv mövcud aktivlərlə aşağı korrelyasiyaya malik olduqda qeyri-sistematik riski yaya bilir. Bu çərçivədə hesablanmış Pirson korrelyasiya əmsalları Cədvəl 3-də təqdim edilmişdir.

Cədvəl 3. Aktivlərarası korrelyasiya matrisi (Pirson)

	SPY	AGG	GLD	VNQ	BENCHMARK	BTC
SPY	1	0,1201	0,0587	0,7273	0,9574	0,2580
AGG	0,1201	1	0,3177	0,2797	0,3353	0,1012
GLD	0,0587	0,3177	1	0,1239	0,2571	0,1013
VNQ	0,7273	0,2797	0,1239	1	0,8225	0,1848
BENCHMARK	0,9574	0,3353	0,2571	0,8225	1	0,2688
BTC	0,2580	0,1012	0,1013	0,1848	0,2688	1

Mənbə: Müəlliflər tərəfindən hesablanmışdır.

Korrelyasiya matrisi verilənlər toplusunun bazar dinamikası ilə daxili uyğunluğunu təsdiqləyir: səhm (SPY) ilə daşınmaz əmlak (VNQ) arasında güclü müsbət əlaqə (0,7273), səhmlərlə istiqrazlar (AGG) arasında isə zəif əlaqə (0,1201) mövcuddur. Tədqiqatın arqumenti baxımından ən kritik tapıntı bitkoinin müstəqil hərəkət qabiliyyətidir. Onun istiqraz və qızılla korrelyasiyası sıfıra yaxındır (0,1012 və 0,1013); SPY ilə qismən müsbət əlaqə (0,2580) isə ədəbiyyatda diversifikasiya faydası üçün kifayət qədər qəbul edilir. Etalon portfellə korrelyasiyanın yalnız 0,2688 olması aktivin yüksək volatilliyinə baxmayaraq ənənəvi bazar risklərindən

ayrıldığı (decoupling) riyazi olaraq sübut edir və dinamik modellərin bitkoini risk yayma aləti kimi mövqeləndirməsinə zəmin yaradır.

4. Metodologiya

Tədqiqatın məqsədi bitkoinin ənənəvi portfelə integrasiyasını reallığa uyğun şəraitdə modelləşdirməkdir. Statik (ex-post) optimallaşdırmalar rejim dəyişikliklərini (regime shifts) nəzərə almadıqları üçün yanlışçı nəticələr verə bilər; bu səbəbdən dinamik Walk-Forward təhlilindən istifadə edilmişdir. Gəlirlilik sıralarının qalınquyuqlu strukturunu modelləşdirmək üçün standart orta–dispersiya (Markowitz) optimallaşdırması ilə quyruq riskinə fokuslanan CVaR optimallaşdırması (Rockafellar və Uryasev, 2000) müqayisəli şəkildə təhlilə daxil edilmiş, məqsəd funksiyasında izafi gəlirliliyin hesablanması üçün dinamik risksiz faiz dərəcəsindən istifadə olunmuş və müxtəlif yuxarı hədd məhdudiyyətləri altında testlər aparılmışdır. Bütün hesablamalar Python proqramlaşdırma dilində həyata keçirilmişdir.

4.1. Dinamik Walk-Forward alqoritmi

Walk-Forward alqoritmi (Pardo, 2008) “gələcəyi görmə qərəzini” (look-ahead bias) aradan qaldırmaq üçün ex-ante strukturda qurulmuşdur. Yanaşma sadəcə sürüşən verilənlər pəncərəsindən ibarət deyil: hər addımda model yenidən optimallaşdırılır və parametrlər yalnız təlimə daxil olmayan növbəti dövrdə sınaqdan keçirilir. Alqoritm keçmiş 60 aylıq (5 illik) gündəlik gəlirlilik verilənlərini təlim çoxluğu (training set) kimi istifadə edərək optimal bitkoin çəkisini tapır və bu çəkini növbəti 1 aylıq test çoxluğu (out-of-sample) ərzində sabit saxlayır; sonra pəncərə bir ay irəli sürüşdürülür. Test dövrü 2021-ci ilin yanvarı ilə 2026-cı ilin martı arasını əhatə edir.

4.2. Dinamik risksiz faiz və izafi gəlirlilik (excess return)

Bazardakı risksiz faiz dərəcəsinin sabit qəbul edilməsi xüsusilə inflyasiya dövrlərindəki aqressiv faiz artımlarının yaratdığı alternativ xərcləri gizlədir. Bu səbəbdən ABŞ-nin üçaylıq xəzinə vekselləri (T-Bill) üzrə verilənlər gündəlik tezlikdə modelə daxil edilmişdir. İllik faiz dərəcələri mürəkkəb gəlirlilik məntiqi ilə gündəlik risksiz faiz dərəcəsinə çevrilmişdir:

$$R_{f,gündəlik} = (1 + R_{f,illik})^{1/252} - 1 \quad (1)$$

Optimallaşdırma modellərinin məqsəd funksiyalarında portfelin mütləq gəlirliliyi əvəzinə risksiz faiz dərəcəsindən təmizlənmiş izafi gəlirlilikdən (excess return) istifadə edilmişdir. Gündəlik izafi gəlirlilik aşağıdakı kimi müəyyən edilir:

$$R_{izafi} = R_p - R_{f,gündəlik} \quad (2)$$

4.3. Ənənəvi orta–dispersiya (Markowitz) optimallaşdırması

Tədqiqatda ilk optimallaşdırma modeli kimi müasir portfel nəzəriyyəsinə əsaslanan orta–dispersiya yanaşması qəbul edilmişdir (Markowitz, 1952). Bu modeldə risk gəlirliliklərin standart kənarlaşması (ümumi volatillik) kimi qəbul olunur. Modelin məqsəd funksiyası dinamik risksiz faiz mühitində qəbul edilən hər vahid riskə düşən izafi gəlirliliyi, yəni Şarp əmsalını maksimallaşdırmaqdır.

n sayda aktivdən ibarət portfelin gözlənilən gəlirliliyi və dispersiyası aktivlərin çəkirlərinə görə aşağıdakı kimi hesablanır:

Portfelin gözlənilən gəlirliliyi:

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^n \omega_i E[R_i] \quad (3)$$

Portfelin dispersiyası:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \quad (4)$$

Burada ω_i i aktivinin portfeldəki çəkisini, $E[R_i]$ həmin aktivin gözlənilən gəlirliliyini, σ_{ij} isə i və j aktivləri arasındakı kovariasiyanı ifadə edir. Alqoritm hər bir Walk-Forward addımında bu dispersiya tənliyini (riski) minimallaşdırarkən gözlənilən gəlirliliyi maksimallaşdıracaq optimal çəki çoxluğunu axtarır.

Maksimallaşdırılacaq məqsəd funksiyası (Şarp əmsalı) aşağıdakı kimidir:

$$\text{Şarp əmsalı} = \frac{E[R_{izafi}]}{\sigma_p} \quad (5)$$

Burada $E[R_{izafi}]$ illikləşdirilmiş gözlənilən izafi gəlirliliyi, σ_p isə portfelin illikləşdirilmiş ümumi volatilliyini (standart kənarlaşmasını) ifadə edir. Optimallaşdırma alqoritmi bu əmsalı ən yüksək edəcək bitkoin çəkisini axtarır. Lakin bu model aktivin yuxarıyönlü asimmetrik sıçrayışlarını (müsbət şoklarını) da xəta, yəni risk kimi qəbul etdiyi üçün kripto bazarlarının struktur xüsusiyyətlərini tam əks etdirməmək riskini daşıyır.

4.4. Şərti riskə məruz dəyər (CVaR) optimallaşdırması

Orta–dispersiya modelinin simmetrik risk yanaşmasını aşmaq və diqqəti birbaşa ekstremal itkilərə yönəltmək üçün şərti riskə məruz dəyər (CVaR – Conditional Value-at-Risk) metodologiyasından istifadə edilmişdir. Normallıq fərziyyəsi rədd edildiyi üçün parametrik yanaşma əvəzinə empirik paylanmaya əsaslanan tarixi

simulyasiya (historical simulation) metodu seçilmiş, bu isə qalınquyruqlu aktivlərin ekstremal hadisələrini paylanma məcburiyyəti olmadan modelləşdirməyə imkan verir.

CVaR hesablamaları üçün etibarlılıq səviyyəsi 95% müəyyən edilmişdir. Sürüşən pəncərə təhlilində hər bir təlim çoxluğu 5 illik (təxminən 1260 ticarət günü) dövrü əhatə edir. Bu həcmdə 99% kimi həddindən artıq yüksək səviyyə alqoritm yalnız ən pis 12 günlük ekstremal verilənlərə fokuslanmasına səbəb olar və qiymətləndirmə xətasını (estimation error) artıraraq modelin sabitliyini zədələyirdi. 95%-lik səviyyə isə məqsəd funksiyasının ən pis 5%-lik hissəni (təxminən 63 ticarət günü) əsas götürməsinə təmin edərək daha ardıcıl və statistik baxımdan təmsilçi quyruq paylanması verir; bu parametr həm də fondların praktik risk büdcələməsi standartları ilə üst-üstə düşür.

CVaR-ın hesablanması üçün əvvəlcə 95%-lik etibarlılıq səviyyəsində ($\alpha = 0,05$) riskə məruz dəyər (VaR) həddi müəyyən edilir. VaR portfelin müvafiq zaman kəsiyində yaşaya biləcəyi ən pis 5%-lik hissənin başlanğıc sərhədidir. CVaR isə itkinin VaR həddini aşdığı hallardakı şərti gözlənilən dəyərdir (quyruq riskinin ortalamasıdır):

$$CVaR_{\alpha} = -E[R_p | R_p \leq VaR_{\alpha}] \quad (6)$$

CVaR alqoritminin məqsədi Şarp əmsalına oxşar işləyən, lakin məxrəcə standart kənarlaşma əvəzinə quyruq riskini yerləşdirən sabit quyruğa görə düzəldilmiş gəlirlilik əmsalını (STARR – Stable Tail Adjusted Return Ratio) maksimallaşdırmaqdır:

$$STARR = \frac{E[R_{izafi}]}{CVaR_{\alpha}} \quad (7)$$

Bu məqsəd funksiyası modelin bitkoinin yuxarıyönlü fəvqəladə rallilərini cəzalandırmasının qarşısını alarkən, ayı bazarlarındakı kumulyativ çöküşlərə qarşı portfeli daha dayanıqlı etməyi hədəfləyir.

4.5. Portfel məhdudiyyətləri və çəki hədləri

Riyazi optimallaşdırma modellərinin “künc həlləri” (corner solutions), yaxud tək bir aktivdə həddindən artıq cəmləşmə (concentration risk) yaratmasının qarşısını almaq üçün alqoritm müxtəlif çəki hədləri altında test edilmişdir. Məhdudlaşdırılmamış modellərin nəzəri baxımdan mükəmməl, lakin praktikada tətbiq imkanı aşağı (uninvestable) çəkilər yaratma meyli məhdudlaşdırılmış optimallaşdırmanı metodoloji zərurətə çevirir. Tətbiq edilən əsas məhdudiyyət heç bir aktivin mənfi çəki almasına icazə verilməyən və qısa satışın (short-selling) qadağan olunduğu “long-

only” mövqə məhdudiyyətidir. Buna əlavə olaraq, çəkilərin cəminin vahidə bərabər olduğu büdcə məhdudiyyəti portfelin tam investisiya olunmuş (fully invested) strukturunu qoruyur və leverecdən istifadənin qarşısını alır. Büdcə bütövlüyü, qısa satış qadağası və bitkoin üçün müəyyən edilmiş strateji çəki hədləri (U) aşağıdakı riyazi çərçivəyə salınmışdır:

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1, \omega_i \geq 0 \quad (8)$$

$$0 \leq \omega_{btc} \leq U \quad (9)$$

Burada U parametri müvafiq olaraq heç bir çəki məhdudiyyətinin tətbiq edilmədiyi “məhdudiyyətsiz” (1,00) ssenarisi ilə ehtiyatlı diversifikasiya strategiyalarını əks etdirən “maksimum 25%” (0,25), “maksimum 10%” (0,10) və “maksimum 5%” (0,05) ssenariləri üçün ayrı-ayrılıqda işlədilmişdir.

5. Empirik nəticələr

5.1. Məhdudiyyətsiz optimallaşdırma və “künc həlli” problemi

İlk mərhələdə dinamik Walk-Forward alqoritmi heç bir çəki məhdudiyyəti olmadan işlədilmişdir. Cədvəl 4 2021-ci ilin yanvarından 2026-cı ilin martınadək olan test dövrü ərzində məhdudiyyətsiz Markowitz və CVaR modellərinin performansını etalon portfellə müqayisəli şəkildə təqdim edir.

Cədvəl 4. Çəki məhdudiyyəti olmadan optimallaşdırma modellərinin performans müqayisəsi (2021–2026)

Portfel modeli	İllik mütləq gəlirlilik (%)	İllik izafi gəlirlilik (%)	İllik volatillik (%)	Dinamik Şarp əmsalı	Maksimum düşüş (%)
Benchmark	9,1264	5,9662	10,9243	0,5461	-20,7421
Markowitz – məhdudiyyətsiz	18,2057	15,0455	21,1068	0,7128	-36,4067
CVaR – məhdudiyyətsiz	18,1080	14,9478	22,2553	0,6717	-37,7405

Mənbə: Müəlliflər tərəfindən hesablanmışdır.

Cədvəl 4 araşdırıldıqda etalon portfelin müvafiq dövrdə 5,97% illik izafi gəlirlilik təmin etdiyi və Şarp əmsalının 0,5461 səviyyəsində qaldığı görünür. Alqoritmlər sərbəst buraxıldıqda isə bitkoinin gəlirlilik asimetriyasından faydalanaraq Şarp əmsalı Markowitz modelində 0,7128-ə, CVaR modelində 0,6717-yə yüksəlmişdir. Diqqətçəkən məqam odur ki, məhdudiyyətsiz Markowitz modeli CVaR-a nisbətən həm daha yüksək Şarp əmsalı verir, həm də maksimum düşüşü daha məhdud

saxlayır. Bu, iki modelin riski qiymətləndirmə üsulundakı fundamental fərqdən qaynaqlanır: Markowitz bitkoinin fəvqəladə qiymət sıçrayışlarını da risk kimi cəzalandıraraq tək aktivə həddindən artıq bölgüyə təbii məhdudiyyət qoyur, CVaR isə yalnız aşağıyönlü riskə fokuslandığından portfeli daha aqressiv şəkildə cəmləşdirir. Bu tapıntı alqoritmlərin rəasional məhdudiyyətlər olmadan necə uc həllərə meyillənə bildiyini açıq göstərir.

Lakin riskə görə düzəldilmiş bu səmərəlilik bahasına portfelin quyruq riski dramatik şəkildə artmışdır. Etalon portfelin ən pis düşüşü (maximum drawdown) -20,74% olduğu halda, məhdudiyyətsiz Markowitz modeli -36,41%, CVaR modeli isə -37,74% itki yaşamışdır. Ədəbiyyatda “künc həlli” adlandırılan bu vəziyyət alqoritmlərin tək bir yüksək gəlirli aktivə həddindən artıq bölgü etməsindən qaynaqlanır. Bu cəmləşmə davranışının zaman içindəki dəyişməsi Şəkil 1-də təsvir edilmişdir.



Şəkil 1. Dinamik Walk-Forward optimallaşdırmasında bitkoin çəkirlərinin dəyişməsi (2021–2026)

Mənbə: Müəlliflərin hesablamaları əsasında tərtib edilmişdir.

Şəkil 1-də xüsusilə 2025-ci ilin əvvəllərində məhdudiyyətsiz CVaR modelinin bitkoin çəkisini 90% səviyyəsindən yuxarı qaldırdığı görünür. Bu, modelin 5 illik təlim pəncərəsinin (2020–2024) bitkoinin aqressiv öküzlü bazarlarını əhatə etməsi ilə izah olunur: yuxarıyönlü volatilliyi risk kimi qiymətləndirməyən asimmetrik təbiət yüksək izafi gəlirlilik gözləntisi ilə birləşdikdə alqoritm bütün kapitalı tək aktivdə cəmləşdirməyə sövq etmişdir. Bu dərəcədə cəmləşmə rəasional risk idarəetməsi intizamı ilə uzlaşmadığı üçün məhdudiyyətsiz modellər tətbiqolunanlıq (investability) meyarlarını qarşılamır.

5.2. Strateji bölgü məhdudiyyətləri altında performans: optimal aralıq

Cəmləşmə riskini balanslaşdırmaq və diversifikasiyanı qorumaq məqsədilə bitkoin çəkisinin maksimum 25%, 10% və 5% ilə məhdudlaşdırıldığı ssenarilər altında optimallaşdırma təkrarlanmışdır. Cədvəl 5 müxtəlif risk tolerantlıqlarını təmsil edən bu nəzarətli ssenarilərin empirik nəticələrini təqdim edir.

Cədvəl 5. Müxtəlif çəki məhdudiyyətləri altında optimallaşdırma modellərinin performans müqayisəsi (2021–2026)

Portfel modeli	İllik mütləq gəlirlilik (%)	İllik izafi gəlirlilik (%)	İllik volatillik (%)	Dinamik Şarp əmsalı	Maksimum düşüş (%)
Benchmark	9,1264	5,9662	10,9243	0,5461	-20,7421
Markowitz – maks. 25%	15,1243	11,9642	18,5694	0,6443	-36,1666
Markowitz – maks. 10%	11,4770	8,3168	13,1192	0,6339	-26,5013
Markowitz – maks. 5%	10,3329	7,1727	11,7497	0,6105	-23,1042
CVaR – maks. 25%	14,8723	11,7122	18,7979	0,6231	-36,7181
CVaR – maks. 10%	11,4685	8,3083	13,1181	0,6333	-26,5013
CVaR – maks. 5%	10,3246	7,1644	11,7485	0,6098	-23,1042

Mənbə: Müəlliflər tərəfindən hesablanmışdır.

Cədvəl 5 bölgü limitləri daraldıqca portfel profilinin etalona yaxınlaşdığını, lakin bu yaxınlaşmanın asimmetrik risk–gəlirlilik tarazlığı yaratdığını göstərir. 25% məhdudiyyətli ssenarilərdə maksimum düşüşlər -36,17% (Markowitz) və -36,72% (CVaR) kimi qəbuledilməz səviyyələrdə qalır; deməli, 25% kripto-aktivlər üçün ehtiyatlı diversifikasiya həddi deyil.

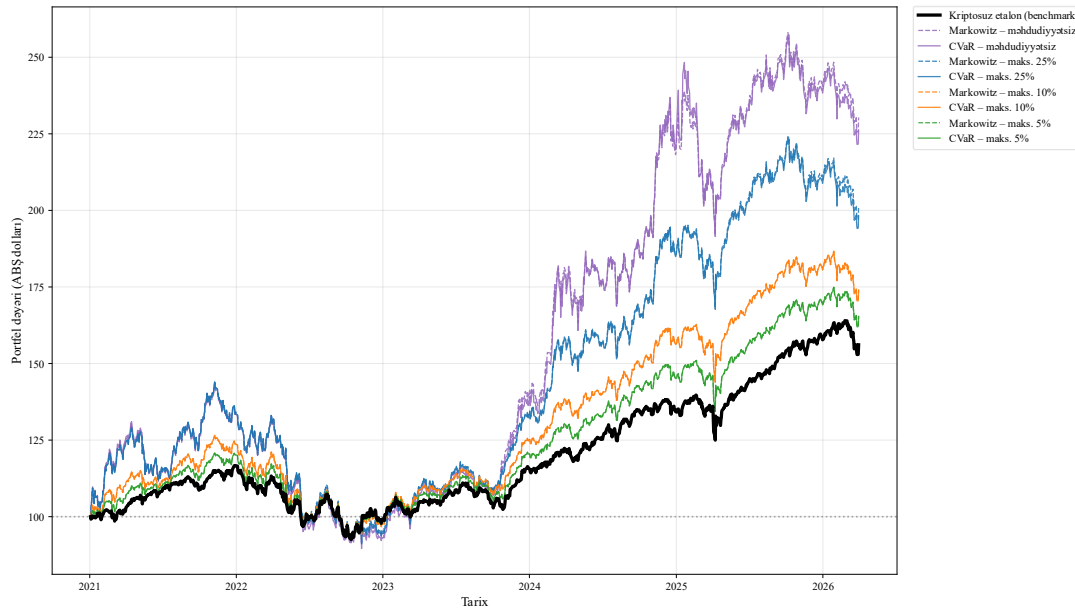
5% və 10% məhdudiyyətli ssenarilərdə isə ehtiyatlı investor profili üçün “optimal aralıq” (sweet spot) müəyyən edilmişdir. Maksimum 5% məhdudiyyətli CVaR modelində maksimum düşüş -23,10%-də qalaraq etalona (-20,74%) nisbətən yalnız 2,36 faiz bəndi əlavə risk yaratmış, buna qarşılıq illik izafi gəlirlilik 5,96%-dən 7,16%-ə, Şarp əmsalı isə 0,55-dən 0,61-ə yüksəlmişdir. 10% məhdudiyyətli modellərdə Şarp əmsalı 0,63-ə qalxmış, düşüş riski isə -26,50%-də, yəni etalondan 5,76 faiz bəndi yuxarıda qalmışdır.

Cədvəl 5-də diqqəti çəkən digər tapıntı məhdudiyyətli ssenarilərdə Markowitz və CVaR alqoritmlərinin bir-birinə çox yaxın nəticələr verməsidir. Bunun səbəbi dinamik təlim pəncərələrində bitkoinin riskə görə düzəldilmiş gəlirlilik profilinin ənənəvi aktivlərə nisbətən dominant çıxması və hər iki alqoritmin bölgünü davamlı olaraq icazə verilən maksimum yuxarı həddə dayamasıdır (cornering at the upper bound). Deməli, bu ssenarilərdə portfelin risk–gəlirlilik xarakteristikasını müəyyən

edən əsas amil optimallaşdırma funksiyasının riyazi fərqi deyil, məhdudiyyət mexanizminin özüdür.

5.3. Kumulyativ artım təhlili: 100 dolların yolu

Bu tapıntıların bazar dövrləri daxilindəki təzahürünü araşdırmaq üçün portfellerin 2021–2026-cı illər üzrə kumulyativ gəlirlilik ayrılıqları (100 ABŞ dolları başlanğıc kapitalı üzərindən) Şəkil 2-də təsvir edilmişdir.



Şəkil 2. Dinamik portfellerin kumulyativ gəlirliliyinin (100 ABŞ dolları) müqayisəsi (2021–2026)

Mənbə: Müəlliflərin hesablamaları əsasında tərtib edilmişdir.

Şəkil 2 bitkoin integrasiyasının yaratdığı leverec effektini və məhdudiyyət mexanizminin qoruyucu funksiyasını eyni vaxtda göstərir. Ən yuxarıda yerləşən məhdudiyyətsiz modellər 2021-ci il öküzlük bazarda etalondan aqressiv şəkildə ayrılaraq kapitalı 250 dollar səviyyəsinə çatdırmış, lakin 2022-ci il ayı bazarda -37%-lik maksimum düşüşlə kəskin sınımlar yaşamışdır. Qrafikin sağ tərəfində 2025-ci ildə müşahidə olunan sınımlar da həmin modellərin zirvə dəyərlərini qorumaqdakı zəifliyini təsdiqləyir.

Bunun əksinə, maks. 5% və maks. 10% məhdudiyyətli portfeller 2022-ci il çöküşü zamanı etalon xəttinə yaxın qalaraq portfel dağıdıcı zərərlərdən qorumuş, 2023-cü ildən sonrakı bərpa mərhələsində isə etalondan yuxarıyönlü ayrılaraq asimmetrik artım potensiallarını nümayiş etdirmişdir. Nəticə etibarilə, dinamik və sıx şəkildə

məhdudlaşdırılmış (5–10%) bitkoin bölgüsü portfelin aşağıyönlü müdafiəsini zədələmədən uzunmüddətli artım sürətini yaxşılaşdırır.

6. Müzakirə

Tədqiqatın ilkin tapıntıları bitkoinin əənəvi bazarlarla aşağı korrelyasiya (maksimum 0,26) nümayiş etdirdiyini təsdiqləmiş, eyni zamanda gəlirliliklərin kəskin qalın quyruq (fat-tail) xüsusiyyətləri göstərdiyini ortaya qoymuşdur. Bu struktur səbəbindən dinamik alqoritmlər heç bir məhdudiyyətə tabe tutulmadan işlədikdə kapitalın 90%-ə qədər hissəsini tək bir aktivə yönəlmiş və ədəbiyyatdakı “künc həlli” problemini praktik olaraq təsdiqləmişdir. Şarp əmsalları nəzəri baxımdan maksimallaşsa da, -37% səviyyəsindəki maksimum düşüş bu yanaşmaları praktik investisiya prosesləri baxımından tətbiqolunmaz etmişdir.

Tədqiqatın ən mühüm empirik töhfəsi rasional risk məhdudiyyətlərinin optimallaşdırma prosesinə daxil edilməsi ilə ortaya çıxır. Bitkoin çəkisinin 25% ilə məhdudlaşdırıldığı ssenarilər -36%-i aşan maksimum düşüşlə faktiki olaraq məhdudiyyətsiz modellərin cəmləşmə risklərini təkrarlayır. Bunun əksinə, yuxarı həddin 5% və 10%-ə endirildiyi hər iki model investorlar üçün “optimal aralıq” (sweet spot) yaradır: 5% ssenarisində aşağıyönlü risk etalona nisbətən yalnız 2,36 faiz bəndi artarkən Şarp əmsalı 0,55-dən 0,61-ə, 10% ssenarisində isə 0,63-ə yüksəlir.

Bu tapıntılar mövcud ədəbiyyatla böyük ölçüdə üst-üstə düşür, lakin bəzi məqamlarda orijinal töhfələr təqdim edir. Bitkoinin aşağı korrelyasiya strukturu və məhdudlaşdırılmış bölgünün Şarp əmsalına verdiyi töhfə əvvəlki tapıntıları dinamik çərçivədə təsdiqləyir (Briere et al., 2015; Eisl et al., 2015; Platanakis və Urquhart, 2020). Məhdudiyyətsiz optimallaşdırmanın künc həlli yaratması isə ədəbiyyatdakı xəbərdarlıqları (Trimborn et al., 2020; Bakry et al., 2021) 2021–2026 kimi çox fərqli bazar rejimlərini əhatə edən real seçmədənkənar prosesdə empirik olaraq təsdiqləyir. Digər tərəfdən, diversifikasiya faydasının böyük ölçüdə qabarcıq dövrlərinə xas olduğu mövqeyindən (Symitsi və Chalvatzis, 2019) fərqli olaraq, mövcud tədqiqat 2022-ci il ayı bazarını və yüksək faiz dövrünü də əhatə edən geniş periodda məhdudiyyətli modellərin etalona yaxın maksimum düşüş səviyyələrini qoruyarkən əhəmiyyətli Şarp yaxşılaşması təmin etdiyini göstərir. Həmçinin məhdudiyyətli ssenarilərdə hər iki modelin oxşar performans nümayiş etdirməsi, yuxarı hədd bağlayıcı hala gəldikdə məhdudiyyət dizaynının model seçimindən daha kritik rol oynaya biləcəyinə işarə edir.

7. Nəticə

Yüksək volatilliyə malik rəqəmsal aktivlərin ənənəvi portfellərə integrasiyasında gəlirliliklərin normal paylanmadan kənarlaşması CVaR kimi quyruq riskinə həssas metodologiyaların istifadəsini nəzəri baxımdan əsaslandırırsa da, empirik nəticələr məhdudlaşdırılmış çərçivədə hər iki modelin praktiki olaraq eyni performans verdiyini göstərmişdir. Buradan çıxan əsas metodoloji nəticə budur: rəşional məhdudiyyətlərin (5% və 10%) bağlayıcı hala gəldiyi ssenarilərdə portfelin dayanıqlılığını təmin edən amil riyazi alqoritm deyil, məhdudiyyət mexanizminin özüdür.

Tədqiqatın praktik əhəmiyyəti ondan ibarətdir ki, nəticələr pensiya fondları, sığorta şirkətləri və institusional aktiv menecerləri daxil olmaqla sabit artım hədəfləyən investorların dinamik nəzarət olunan aşağı kripto-aktiv bölgüsü (5–10%) ilə uzunmüddətli risk dayanıqlılığını qoruyaraq portfel səmərəliliyini artırma biləcəyini göstərir. İqtisadi səmərəlilik baxımından bu, Şarp əmsalının etalondakı 0,55 səviyyəsindən 0,61 və 0,63-ə yüksəlməsi (yəni təxminən 12% və 16% yaxşılaşma) deməkdir. Praktik nəticə olaraq, investisiya siyasəti sənədlərində model seçimindən əvvəl maksimum bölgü limitinin rəşmi şəkildə müəyyənəşdirilməsi tövsiyə olunur. Gələcək tədqiqatların əməliyyat xərclərini (transaction costs) və makroiqtisadi şokların yaratdığı likvidlik məhdudiyyətlərini modelə daxil etməklə bu alqoritmləri fərqli qlobal bazarlarda sınaqdan keçirməsi tövsiyə olunur. Həmçinin “long-only” və tam bədcə fərziyyələrinin yumşaldılması ilə qısa satış (short selling) imkanlarının, borclanma (leverage) mexanizmlərinin və bazar dövrlərinə görə dəyişən dinamik çəki məhdudiyyətlərinin model performansına təsirinin araşdırılması ədəbiyyata dəyərli perspektiv qazandıracaqdır.

Ədəbiyyat

1. Akhtaruzzaman, M., Sensoy, A., & Corbet, S. (2020). The influence of Bitcoin on portfolio diversification and design. *Finance Research Letters*, 37, 101344. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.101344>
2. Aliu, F., Nuhui, A., Krasniqi, B. A., & Jusufi, G. (2021). Modeling the optimal diversification opportunities: The case of crypto portfolios and equity portfolios. *Studies in Economics and Finance*, 38(1), 50–66. <https://doi.org/10.1108/SEF-07-2020-0282>
3. Anyfantaki, S., Arvanitis, S., & Topaloglou, N. (2018). Diversification, integration and cryptocurrency market (Bank of Greece Working Paper No. 244). <https://doi.org/10.2139/ssrn.4196624>
4. Bakry, W., Rashid, A., Al-Mohamad, S., & El-Kanj, N. (2021). Bitcoin and portfolio diversification: A portfolio optimization approach. *Journal of Risk and Financial Management*, 14(7), 282. <https://doi.org/10.3390/jrfm14070282>
5. Bhanja, N., Shah, A. A., & Dar, A. B. (2023). Aggregate, asymmetric and frequency-based spillover among equity, precious metals, and cryptocurrency. *Resources Policy*, 80, 103145. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2022.103145>

6. Boido, C., & Aliano, M. (2025). The contribution of cryptocurrencies to portfolio diversification. *Investment Management and Financial Innovations*, 22(2), 26–35. [https://doi.org/10.21511/imfi.22\(2\).2025.03](https://doi.org/10.21511/imfi.22(2).2025.03)
7. Briere, M., Oosterlinck, K., & Szafarz, A. (2015). Virtual currency, tangible return: Portfolio diversification with bitcoin. *Journal of Asset Management*, 16(6), 365–373. <https://doi.org/10.1057/jam.2015.5>
8. Corbet, S., Meegan, A., Larkin, C., Lucey, B., & Yarovaya, L. (2018). Exploring the dynamic relationships between cryptocurrencies and other financial assets. *Economics Letters*, 165, 28–34. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.01.004>
9. Çetin, E., İslamoğlu, M., & Erer, E. (2025). Portföy optimizasyonunda kripto para birimleri üzerine bir araştırma. *Finans Ekonomi ve Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 10(1), 87–105. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/fesa/article/1598016> (Müraciət tarixi: 15.07.2026)
10. Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366a), 427–431. <https://doi.org/10.1080/01621459.1979.10482531>
11. Eisl, A., Gasser, S. M., & Weinmayer, K. (2015). Caveat emptor: Does Bitcoin improve portfolio diversification? SSRN. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2408997>
12. Gangwal, S. (2016). Analyzing the effects of adding Bitcoin to portfolio. *International Journal of Economics and Management Engineering*, 10(10), 3519–3532.
13. Guesmi, K., Saadi, S., Abid, I., & Ftiti, Z. (2019). Portfolio diversification with virtual currency: Evidence from Bitcoin. *International Review of Financial Analysis*, 63, 431–437. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.03.004>
14. Gül, Y. (2020). Kripto paralar ve portföy çeşitlendirmesi. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, (65), 125–141. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/dpusbe/article/690470> (Müraciət tarixi: 15.07.2026)
15. Jarque, C. M., & Bera, A. K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*, 6(3), 255–259. [https://doi.org/10.1016/0165-1765\(80\)90024-5](https://doi.org/10.1016/0165-1765(80)90024-5)
16. Jeleskovic, V., Latini, C., Younas, Z. I., & Al-Faryan, M. A. S. (2024). Cryptocurrency portfolio optimization: Utilizing a GARCH-copula model within the Markowitz framework. *Journal of Corporate Accounting & Finance*, 35(4), 139–155. <https://doi.org/10.1002/jcaf.22721>
17. Kajtazi, A., & Moro, A. (2019). The role of Bitcoin in well diversified portfolios: A comparative global study. *International Review of Financial Analysis*, 61, 143–157. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.10.003>
18. Kim, M., Jeong, Y. J., & Jeong, J. (2024). Two empirical studies of portfolio optimization using cryptocurrency allocation ratios. *IEEE Access*, 12, 63827–63838. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3396495>
19. Klein, T., Pham Thu, H., & Walther, T. (2018). Bitcoin is not the New Gold – A comparison of volatility, correlation, and portfolio performance. *International Review of Financial Analysis*, 59, 105–116. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.07.010>
20. Kumaran, S. (2022). Portfolio diversification with cryptocurrencies – Evidence from Middle Eastern stock markets. *Investment Analysts Journal*, 51(1), 14–34. <https://doi.org/10.1080/10293523.2022.2034354>
21. Lee, D. K. C., Guo, L., & Wang, Y. (2018). Cryptocurrency: A new investment opportunity? *The Journal of Alternative Investments*, 20(3), 16–40. <https://doi.org/10.3905/jai.2018.20.3.016>
22. Letho, L., Chelwa, G., & Alhassan, A. L. (2022). Cryptocurrencies and portfolio diversification in an emerging market. *China Finance Review International*, 12(1), 20–50. <https://doi.org/10.1108/CFRI-06-2021-0123>
23. Ma, Y., Ahmad, F., Liu, M., & Wang, Z. (2020). Portfolio optimization in the era of digital financialization using cryptocurrencies. *Technological Forecasting and Social Change*, 161, 120265. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2020.120265>

24. Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
25. Marti, R., & Reimat, A. (2025). Bitcoin and global stock portfolio: Dynamics across short and long-term horizons. *Finance Research Letters*, 86, 108918. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2025.108918>
26. Nadeem, M., Shahzad, A., & Anwar, Y. (2024). Impact of crypto assets as risk diversifiers: A VAR-based analysis of portfolio risk reduction. *Bulletin of Business and Economics*, 13(1), 51–60. <https://doi.org/10.61506/01.00173>
27. Nakamoto, S. (2008). Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system. <https://bitcoin.org/bitcoin.pdf> (Müraciət tarixi: 15.07.2026)
28. Nia, V. M., Siregar, H., Sembel, R., & Zulfainarni, N. (2025). Construction of an optimal portfolio of gold, bonds, stocks and Bitcoin: An Indonesian case study. *Journal of Risk and Financial Management*, 18(12), 668. <https://doi.org/10.3390/jrfm18120668>
29. Pardo, R. (2008). *The evaluation and optimization of trading strategies* (2nd ed.). John Wiley & Sons.
30. Platanakis, E., & Urquhart, A. (2020). Should investors include bitcoin in their portfolios? A portfolio theory approach. *The British Accounting Review*, 52(4), 100837. <https://doi.org/10.1016/j.bar.2019.100837>
31. Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2(3), 21–41. <https://doi.org/10.21314/JOR.2000.038>
32. Som, A., & Kayal, P. (2022). A multicountry comparison of cryptocurrency vs gold: Portfolio optimization through generalized simulated annealing. *Blockchain: Research and Applications*, 3(3), 100075. <https://doi.org/10.1016/j.bcra.2022.100075>
33. Symitsi, E., & Chalvatzis, K. J. (2019). The economic value of Bitcoin: A portfolio analysis of currencies, gold, oil and stocks. *Research in International Business and Finance*, 48, 97–110. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2018.12.001>
34. Trimborn, S., Li, M., & Härdle, W. K. (2020). Investing with cryptocurrencies – A liquidity constrained investment approach. *Journal of Financial Econometrics*, 18(2), 280–306. <https://doi.org/10.1093/jjfinec/nbz016>
35. Wong, W. S., Saerbeck, D., & Delgado Silva, D. (2018). Cryptocurrency: A new investment opportunity? An investigation of the hedging capability of cryptocurrencies and their influence on stock, bond and gold portfolios. SSRN. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3125737>
36. Wu, C. Y., & Pandey, V. K. (2014). The value of Bitcoin in enhancing the efficiency of an investor's portfolio. *Journal of Financial Planning*, 27(9), 44–52.